Differenzenverfahren

In der Vorlesung wurde zum Anfangswertproblem

(1) $$u_t + c\,u_x = 0, \quad u(0,x) = f(x)$$

mit $c \in \mathbb{R}, f \in C^1(\mathbb{R})$ das Differenzenverfahren über einem Gitter mit den Maschenweiten $h, k > 0$ und

(2) $$\frac{v(t+k,x) - v(tx)}{k} + c\frac{v(t,x+h) - v(t,x)}{h} = 0, \qquad v(0,x) = f(x)$$

betrachtet. Zeigen Sie für $c < 0$ die Konvergenz. Genauer: Die Differenz $w = u - v$ zwischen der exakten Lösung und der Naherungslösung geht in allen Gitterpunkten aus einer beschränkten Menge des $\mathbb{R}^2_+ := \{(t,x) \in \mathbb{R}^2 | t \geq 0\}$ gleichmäßig mit h, k gegen Null,falls $c < 0, \lambda := k/h > 0$ fest bleibt und $\lambda c \leq 1$ gilt.
Hinweis:Zeigen Sie zunächst

$$|w(t+k,x)| \leq (1 - \lambda|c|)\,|w(t,x)| + \lambda|c|\,|w(t,x+h)| + o(h).$$